



GARA DI MATEMATICA A SQUADRE FEMMINILE VIII FINALE NAZIONALE (10 maggio 2025)

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare un numero intero compreso tra 0 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale x è il più grande intero minore o uguale a x .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, si indichino le ultime quattro cifre della sua parte intera cioè, in ordine, da sinistra a destra, la cifra delle migliaia, seguita da quella delle centinaia, poi quella delle decine, infine le unità.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

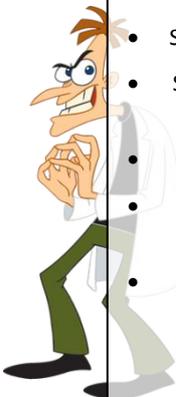
$$\sqrt{2} = 1,4142$$

$$\sqrt{3} = 1,7321$$

$$\sqrt{5} = 2,2361$$

$$\sqrt{7} = 2,6458$$

$$\pi = 3,1416$$



Poco più di tre mesi di pura vacanza
e poi ricomincia la scuola.
Sembrirebbe davvero una grave mancanza,
sprecare il tempo che vola...

Potremmo....

- vedere Marte,
- trovare una mummia,
- fare un'arrampicata...
- scoprire una specie che ancora non c'è
- lavare una scimmia imbranata;
- cavalcare il surf,
- creare chissà ché,
- o perdere un grosso cervello...
- scovare rarità,
- dipingere città
- o fare il bravo fratello...

Approfittiamo, in attesa che il prof. ci metta tutti K.O.
Restate qui con Phineas e Ferb: comincia il loro show!

Gara scritta da:

Carlo Càssola

Liceo Scientifico "N. Copernico" di Udine

Sandro Campigotto

UMI Commissione Olimpiadi
ISIS "Magrini-Marchetti" di Gemona del Friuli

Claudia Manotti

IIS "B. Russell" di Guastalla

Simona Pieri

Convitto Nazionale "Principe di Napoli" di Assisi

Lorenzo Mazza

UMI Commissione Olimpiadi
Liceo Scientifico "Avogadro" di Roma

Simone Bertone

ISIS "Copernico-Luxemburg" di Torino

Michelangelo Sabatini

Liceo Scientifico "Gandhi" di Narni

Santina De Monte

ISIS "Magrini-Marchetti" di Gemona del Friuli

Con il contributo di:

Elena Barbina

studentessa corso di laurea triennale in Matematica
presso Università degli Studi di Udine

Ugo Tomat

Laureato in Matematica
presso Università degli studi di Trieste

1. L'ULTIMO COMPITO

(Carlo Càssola)

Ferb non ha ancora finito i compiti delle vacanze. Gli manca solo trovare il valore di k per cui il polinomio $kx^3 + 167x^2 + 54x - 1$ sia divisibile per $57x - 1$. Phineas ha deciso di aspettare Ferb per decidere cosa fare oggi. Inutile dire che, dopo pochi secondi, Ferb aveva la soluzione. Che valore ha trovato?

2. COSA FACCIAMO OGGI?

(Carlo Càssola)

Phineas e Ferb aiutano Baljeet a costruire un portale per Marte. Si tratta di tracciare sul metallo un triangolo qualunque ABC di area 2025 cm^2 . Poi si prende A_1 , punto medio del lato AC , B_1 , punto medio di BC e si traccia il triangolo A_1B_1C . Si continua allo stesso modo, costruendo A_2 punto medio di A_1C e B_2 punto medio di B_1C e si traccia il triangolo A_2B_2C . Procedendo così all'infinito e alimentando il tutto con una quantità di corrente pari alla somma di tutte le aree di tutti i triangoli tracciati (in cm^2), si aprirà il portale per Marte. Con questa invenzione Baljeet vincerà la Fiera della Scienza. Ma quanta corrente gli servirà per alimentare il portale?

3. EHI, DOV'È PERRY?

(Santina De Monte)

Nel frattempo, il dott. Doofenshmirtz sta collaudando il suo *Vulcano Bicarbonator* con l'intenzione di farlo eruttare fino a ricoprire l'intera città di Danville. Per fortuna che L'Agente P. è già in azione. Il Vulcano è un tetraedro $ABCV$ con $AV = BV = CV = 6 \text{ m}$ e $\hat{AVB} = \hat{BVC} = \hat{AVC} = 90^\circ$. Perry deve trovare una sfera da incastrare al suo interno per impedirne l'eruzione. Quale sarà il raggio, in millimetri, della sfera perfettamente inscritta nel vulcano che permetterà all'Agente P. di salvare la città?

4. STAVOLTA SIETE PROPRIO STATI BECCATI!

(Michelangelo Sabatini)

Candace è in camera sua, al telefono con la sua amica Stacy, quando, affacciandosi alla finestra, vede Phineas e Ferb in giardino che stanno costruendo un razzo. Scende allora in salotto dalla mamma per denunciarli, ma la mamma è occupata: sta colorando delle griglie quadrate 5×5 . Colora ogni casella o di rosso o di verde facendo in modo che, ruotando la griglia rispetto alla casella centrale di un angolo di 90° , 180° o 270° la griglia rimanga colorata come se non fosse stata ruotata. La mamma non presterà attenzione a Candace fino a quando non avrà finito. Quante griglie dovranno essere realizzate?

5. NANI DA GIARDINO

(Carlo Càssola)

L'estate e il caldo si fanno sentire sempre di più: Phineas e Ferb decidono di allestire una grande spiaggia dove invitare chiunque voglia divertirsi. Nel frattempo l'Agente P. è impegnato a fermare Doofenshmirtz, che questa volta vuole eliminare tutti i nani da giardino del mondo, poiché perseguitato da brutti ricordi legati alla sua infanzia. Perry riesce a distruggere il *Risucchianator* distruggendolo mentre è in funzione, così tutti i nanetti piovono dal cielo sulla spiaggia. Ma quanti erano? Erano tanti quanti i numeri di 5 cifre che danno resto 3 se divisi per 4 e, quando sono scritti al contrario, danno resto 3 se divisi per 5. Quanti erano i nanetti rubati da Doofenshmirtz?

6. LA MIGLIOR GIORNATA DEL DOLCE FAR NIENTE

(Michelangelo Sabatini)

Per la prima volta in assoluto Phineas e Ferb decidono di non fare proprio un bel niente. Ma Candace sospetta qualcosa e, preoccupata di poter perdere il suo "lavoro" di spia, decide di provocare i suoi fratelli. Phineas sfida Candace a un gioco. Prende una tassellazione infinita che ricopre il piano fatta di triangoli equilateri congruenti. A ogni mossa Phineas sceglie un vertice di un triangolo e Candace potrà decidere se colorarlo di rosso o di blu. Phineas vince la partita se riesce a far colorare con lo stesso colore 3 punti del piano che sono vertici di un triangolo equilatero qualsiasi. Ferb ha già calcolato che non ci vorranno molte mosse. Qual è il minimo numero di mosse che occorreranno a Phineas, supponendo che Candace giochi nella maniera più intelligente possibile per non farlo vincere?

7. MINIGOLF, MAXI-PASSIONE

(Simona Pieri)

I ragazzi sono tristi perché il minigolf di Danville è chiuso; così decidono di costruirne uno. Per la prima buca costruiscono un triangolo ABC con la buca in H ortocentro e la partenza in O circocentro del triangolo. Tra O ed H posizionano un ostacolo ma fanno in modo che HO sia parallelo ad AB con una distanza di 10 dm . Se $HO = 22 \text{ dm}$, quanto misura AB , sempre in dm ?

8. IL SUPERCOMPUTER

(Simone Bertone)

I due fratelli costruiscono un computer che conosce tutto di tutti per scoprire quale sia la cosa che farà più piacere alla loro mamma come regalo di compleanno. Per testarlo gli chiedono quanti triangoli rettangoli distinti si formano tracciando 20 rette nel piano cartesiano, 5 parallele all'asse delle ascisse, 5 parallele all'asse delle ordinate, 5 parallele alla bisettrice del primo e terzo quadrante e 5 parallele alla bisettrice del secondo e quarto quadrante. La risposta che ottengono è corretta. Ora potranno scoprire il regalo adatto per la mamma. Che risposta ha dato il supercomputer?

9. UN COMPLEANNO TUTTO DA VEDERE

(Michelangelo Sabatini)

È il compleanno di Phineas e i suoi 50 amici decidono di organizzargli una festa a sorpresa, rievocando con un video i momenti più divertenti vissuti fino a quel momento. Candace vorrebbe impadronirsi del video per darlo alla mamma, ma uno strano raggio del dottor Doofenshmirtz, deviato da Perry, per caso distrugge il video. Al momento dei saluti, Phineas nota che, nel gruppo dei 50 amici, ciascun destro stringe la mano a tutti e soli gli altri destri, mentre ciascun mancino stringe la mano a tutti e soli gli altri mancini. Ferb rivela che ci sono state 490 strette di mano in più tra i destri rispetto a quante ce ne sono state tra i mancini. Quanti sono gli amici mancini di Phineas?

10. GIUSTIZIA DIVINA

(Simona Pieri)

Nel frattempo, Doofenshmirtz decide di usare il suo scambia-posto-inator per mettere i capelli ai calvi, togliendoli a chi li ha, in modo da poter vendere il suo nuovo prodotto per la ricrescita dei capelli. Per far funzionare la macchina deve però calcolare qual è il minimo n per cui $a_n < 1$ dove a_n è il termine n -esimo di una progressione geometrica di ragione positiva con $a_1 > 1$ come primo termine e tale che $(a_{1361})^3 = a_{32}$. Non ha fatto i conti con l'Agente P, che interviene prontamente per scombinare i suoi piani. Che valore sarebbe servito ad dott. Doofenshmirtz per mettere in atto il suo piano diabolico?

11. UNA GIORNATA AL CENTRO BENESSERE

(Carlo Càssola)

Mentre Phineas, Ferb e gli amici costruiscono una Spa, Doofenshmirtz adotta un gattino e decide di chiamarlo *Calzoncino Pelosetto*. Quest'ultimo però gli causa una serie di incidenti, tra cui rannuvolare il cielo con l'*annuvolinatore*; Perry viene mandato a indagare sull'accaduto. L'agente scopre che il gattino ha una scatola con 45 palline rosse. Perry, per distrarre il gatto, decide di inserire nella scatola un certo numero di palline verdi fosforescenti in modo che la probabilità di estrarre due palline dello stesso colore contemporaneamente sia uguale alla probabilità di estrarre due palline di colore diverso. Calzoncino Pelosetto rimane colpito dalle palline e inavvertitamente aziona un raggio che distrugge la Spa. Quante palline verdi ha inserito Perry? (Dare come risposta la somma dei quadrati di tutte le possibili soluzioni.)

12. L'ERBA DEL PRATO VICINO

(Sandro Campigotto)

Phineas propone di trasformare il prato dietro casa in un pascolo. Dopo due calcoli veloci, Ferb ha concluso che l'erba presente, più quella che cresce quotidianamente, basterebbe per 100 mucche, che potrebbero mangiare per 40 giorni prima che tutta l'erba finisca. Phineas allora rifà i calcoli e scopre che 90 mucche potrebbero pascolare per 65 giorni. Supponendo che ogni mucca mangi allo stesso ritmo costante e che anche l'erba cresca a ritmo costante, qual è il numero massimo di mucche che potrebbero pascolare per sempre, senza restare mai senza erba?

13. ABBASSO I BULLI

(Simone Bertone)

Durante un pomeriggio in gelateria, Phineas fa cadere il suo cono gelato sui pantaloni di Buford scatenando l'ira del bullo. Buford decide quindi di sfidare Phineas a un torneo di pollicione. Intanto Doofenshmirtz ha costruito una macchina ipnotizzatrice per controllare le menti delle persone e costringerle a festeggiare il suo compleanno. Solo l'Agente P. può salvare l'umanità! Mentre Doofenshmirtz vorrebbe attivare la macchina, inserendo il valore $p(14)$ di un polinomio $p(x)$ tale da verificare $x^2 p(x) = p(x^2) - p(2x)$ noto solamente che $p(10) = 100$, Perry svita la base della macchina facendola precipitare e distruggendola. Quale valore avrebbe permesso al dott. Doofenshmirtz di vedere l'intero mondo festeggiare il suo compleanno?

14. CHE VI PRENDE, RAGAZZI?

(Santina de Monte)

Colpiti da uno dei raggi di Doofenshmirtz, Phineas e Ferb perdono la loro creatività. Candace cerca di fargliela recuperare, sottoponendoli a vari stimoli creativi. Disperata, scrive il polinomio $x^3 + ax^2 + bx + 10$ e afferma che a, b possono essere solo interi distinti con valore assoluto minore o uguale a 7. Chiede ai due fratelli di calcolare qual è la probabilità che il polinomio abbia 3 radici intere distinte. Qualcosa si risveglia nel subconscio dei due fratelli che danno assieme la risposta corretta. Che risposta hanno dato alla sorella? (Dare come risultato la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.)

15. PICCOLO È BELLO

(Simona Pieri)

In una giornata di pioggia, Phineas e Ferb creano un rimpicciolitore per diventare piccoli e giocare a nascondino con gli amici. Il raggio funziona grazie a un componente triangolare ABC : un triangolo rettangolo in C , in cui le bisettrici degli angoli $\hat{B}AC$ e $\hat{A}BC$ intersecano BC e AC in P e Q rispettivamente. Chiamati H e K i piedi delle perpendicolari da P e Q su AB , il raggio parte da H raggiunge C e ritorna a K . Quanto misura l'angolo $\hat{H}CK$?



16. FUGA DA TORRE PHINEAS

(Simona Pieri)

Phineas e Ferb costruiscono piramide a base triangolare ABC di vertice V in grado di creare ogni tipo di trappola. Per testarla, si mettono alla prova cercando di uscire dalla piramide. Purtroppo, un fascio tranciante di Doofenshmirtz taglia la punta della piramide. Se il piano generato dal fascio tranciante è passato per i punti A' , B' e C' appartenenti agli spigoli AV , BV , CV rispettivamente, con $A'V = \frac{1}{2}AV$, $B'V = \frac{1}{3}BV$ e $C'V = \frac{1}{4}CV$, qual è il volume della piramide ABC noto che volume della parte $VA'B'C'$ rimossa dal fascio tranciante è di 71 m^3 ?

17. UN TELEFONO DA URLO

(Santina de Monte)

Candace rompe per l'ennesima volta il cellulare e Phineas gliene costruisce uno nuovo dalla forma speciale. Prende un triangolo ABC con angoli acuti in B e in C , con $AB = 10,6 \text{ cm}$ e $AC = 20,6 \text{ cm}$. Traccia la semicirconferenza γ di diametro AB che incontra il lato BC in D e misura che $BD = 7 \text{ cm}$. Poi traccia la semicirconferenza γ' di diametro AC che interseca γ . Prende la tangente comune alle due semicirconferenze che le tocca nei punti P e Q e posiziona l'antenna proprio su PQ . Il cellulare costruito ha anche la funzione di teletrasporto... che sicuramente porterà Candace a combinare qualche guaio. Quanto è lunga l'antenna del cellulare di Candace in mm ?

18. FINALMENTE

(Simona Pieri)

Candace riesce finalmente a far punire Phineas e Ferb, mostrando alla madre la macchina che i ragazzi hanno trasformato in "macchina volante del futuro". I due fratelli vengono mandati nella scuola/riformatorio "Via il sorriso", nella quale viene fatto loro il lavaggio del cervello. Quindi sono costretti a giocare lanciando a turno un dado con le seguenti regole: vince un round il giocatore che per primo ottiene 6. Si continua il round fino a che un giocatore non vince. Chi perde il round, inizia per primo nel turno successivo. Phineas gioca per primo. Alla fine del terzo round, Candace e Jeremy irrompono nella scuola per salvare Phineas e Ferb. Perry si sveglia, rendendosi conto di aver sognato tutto. Qual è la probabilità che Phineas fosse il primo a lanciare il dado all'inizio del quarto round? (Dare come risultato la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.)

19. ESVERNO O INSTATE?

(Sandro Campigotto)

Phineas e Ferb decidono di modificare la macchina del gelato del papà per creare un paradiso invernale dove rinfrescarsi dalla cocente estate. Dopo aver innevato l'intero giardino, modificano la macchina per distribuire palline di gelato a tutti gli amici. Ferb programma la macchina per distribuire fino ad un massimo di 20 palline di gelato alla volta, in modo che il primo riceva meno palline del secondo (eventualmente 0) che a sua volta ne riceve meno del terzo mentre il quarto ne riceve più di tutti. Nel frattempo, Doofenshmirtz ha costruito un raggio laser per far sciogliere tutto il cioccolato del mondo. Candace chiama la mamma, ma un attimo prima del suo arrivo il raggio laser scioglie la neve e i gelati e riporta l'estate a Danville. In quanti modi diversi la macchina del gelato poteva distribuire fino a 20 palline?

20. TOP MODEL PER UN MINUTO

(Claudia Manotti)

Candace vuole a tutti i costi diventare una supermodella, ma non sa che nel frattempo i suoi fratelli stanno creando una linea d'abiti intitolata "È sempre estate". I ragazzi disegnano dei parei da spiaggia, partendo da un pezzo di stoffa a forma di triangolo rettangolo isoscele. Disegnano poi alcune altezze con la seguente strategia: tracciano prima di tutto l'altezza relativa alla base del grande triangolo, poi disegnano una delle altezze (sempre relativa alla base) di uno qualunque dei triangoli rettangoli isosceli presenti nella figura e procedono in questo modo fino a dividere il triangolo iniziale in esattamente 10 triangoli rettangoli isosceli. L'idea viene subito copiata da un famoso stilista e diventa un successo. Quanti diversi capi di abbigliamento costruiti in questa maniera possono essere realizzati?

21. POP STAR PER UN GIORNO

(Claudia Manotti)

Phineas, Ferb e Candace scoprono che al centro commerciale ci saranno le audizioni per diventare pop star. Mentre i ragazzi compongono una canzone, Candace fa la fila per l'audizione. Al momento dello show i tre fratelli cantano "Gitchi-Gitchi-Goo". Immaginando il palco come un piano cartesiano, la coreografia prevede che inizialmente Candace si trovi nel punto $C(0,12)$, Phineas in $P(5,0)$ e Ferb in $F(0,0)$. A ogni verso della canzone uno solo dei tre si muove sul palco (o se vuole sta fermo), seguendo come traiettoria l'ellisse avente come fuochi gli altri due fratelli. Alla fine della canzone Ferb si trova nel punto $(1,9)$, Phineas in $(11,9)$ e Candace deve posizionarsi in uno qualunque dei punti che massimizzano l'area del triangolo formato dai tre ragazzi. Il discografico, vedendo la performance dei tre, decide di fare soldi vendendo il video dei ragazzi appena registrato. Ma uno strano raggio verde, prodotto da una macchina del dott. Doofenshmirtz appena distrutta dall'Agente P., cancella ogni traccia del video. A quali coordinate può trovarsi Candace? (Dare come risposta il prodotto di ascisse e ordinate di tutti i punti possibili.)

